DECSAI
Departamento de Ciencias de la Computación e I.A.
Universidad de Granada

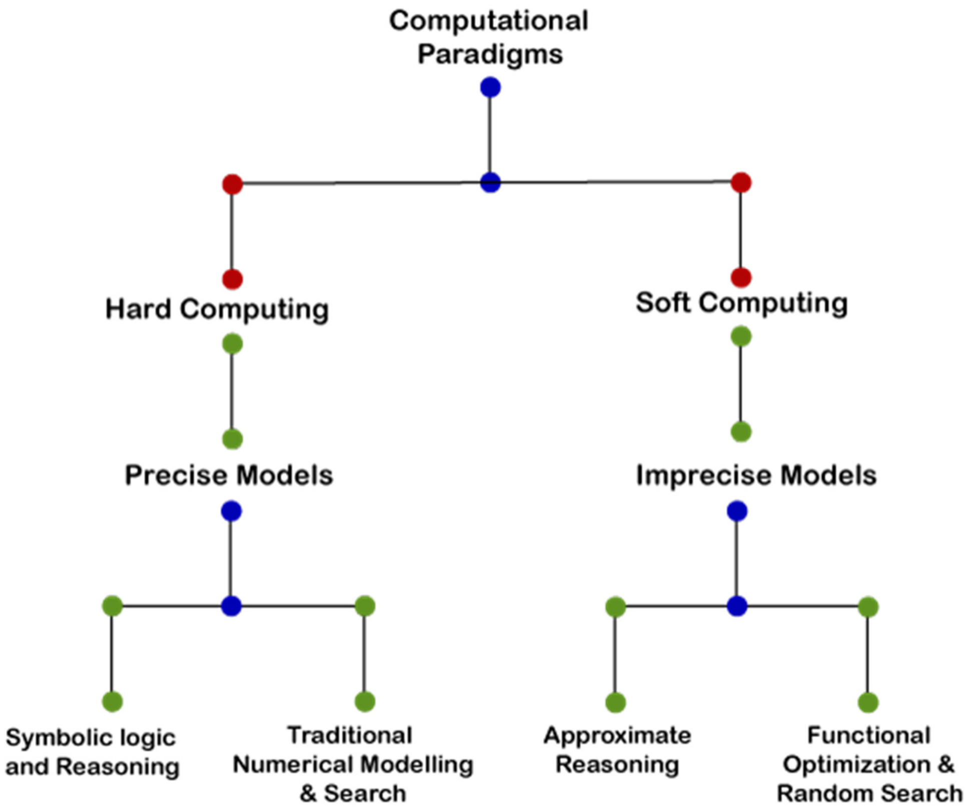
Incertidumbre en I.A.

© Fernando Berzal, berzal@acm.org

Incertidumbre en I.A.

- Soft computing
- Representación de la incertidumbre
- Medidas de incertidumbre
- Tipos de incertidumbre

Soft Computing



Soft Computing

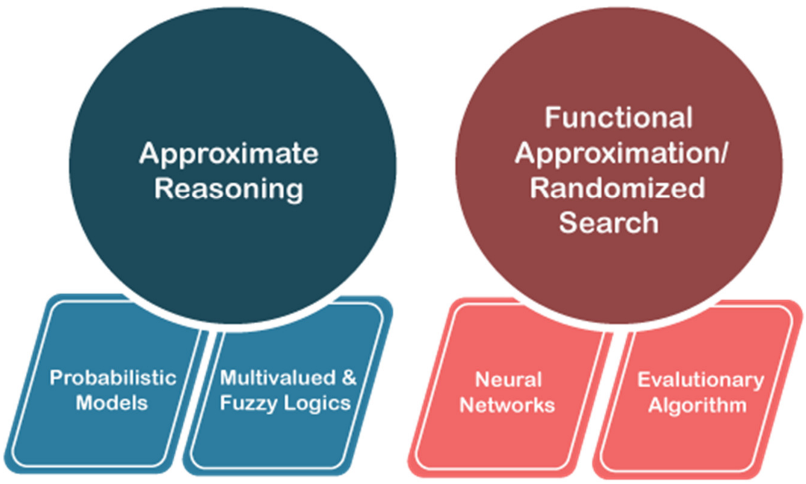
Rama formal de la Inteligencia Artificial
que engloba diversas técnicas
para solucionar problemas que manejan información
incompleta, con incertidumbre y/o imprecisión.

TÉCNICAS

- Lógica difusa
- Modelos probabilísticos
- Modelos conexionistas: Redes neuronales
- Metaheurísticas: Algoritmos evolutivos

Soft Computing

Soft Computing



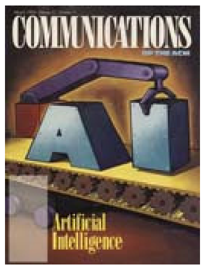
Soft Computing

ORÍGENES

Término acuñado por Lofti Zadeh en los años 90

Fuzzy Logic, Neural Networks, and
Soft Computing

LOTFI A. ZADEH



OBJETIVO

Proporcionar soluciones precisas y rápidas (aunque sean aproximadas) a problemas complejos del mundo real que no se pueden resolver con técnicas tradicionales.

Soft Computing

"In traditional –hard– computing, the prime desiderata are precision, certainty, and rigor. By contrast, the point of departure in soft computing is the thesis that precision and certainty carry a cost and that computation, reasoning, and decision making should exploit –wherever possible– the tolerance for imprecision and uncertainty."

Lofti A. Zadeh:
"Fuzzy Logic, Neural Networks, and Soft Computing"
CACM 37(3):77-84, March 1994

Soft Computing

- Soluciones precisas, aunque aproximadas.
- Aprendizaje a partir de los datos (experiencia).
- Múltiples aplicaciones en problemas irresolubles mediante técnicas convencionales.

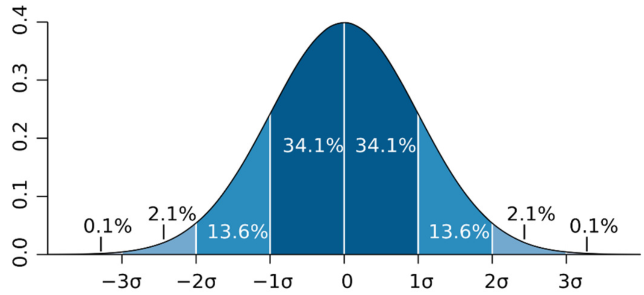
Representación de la incertidumbre

Teoría de la probabilidad

MEDIDAS DE PROBABILIDAD
Probabilidad de ocurrencia de diversos sucesos.

$p: \Omega \rightarrow [0,1]$

- $\sum p(x) = 1$



- $p(\emptyset) = 0$
- $p(\Omega) = 1$
- $p(X \cup Y) = p(X) + p(Y)$ cuando $X \cap Y = \emptyset$

Representación de la incertidumbre

Teoría de la posibilidad

[Lofti Zadeh: "Fuzzy Sets as the Basis for a Theory of Possibility", Fuzzy Sets and Systems 1:3–28, 1978]

MEDIDAS DE POSIBILIDAD
de imposible (0) a posible (1).

$pos: \mathcal{P}(\Omega) \rightarrow [0,1]$

- $pos(\emptyset) = 0$
- $pos(\Omega) = 1$
- $pos(X \cup Y) = max\,\{pos(X), pos(Y)\}$
- $pos(X) = max_{x \in X}\, pos(\{x\})$

Representación de la incertidumbre

Teoría de la posibilidad

Mientras que la teoría de la probabilidad utiliza una única medida, la teoría de la posibilidad combina dos:

MEDIDAS DE NECESIDAD

de innecesaria (0) a necesaria (1): $nec(X) = 1 - pos(\overline{X})$

$nec: \mathcal{P}(\Omega) \rightarrow [0,1]$

- $nec(\emptyset) = 0$
- $nec(\Omega) = 1$
- $nec(X \cap Y) = min\,\{nec(X), nec(Y)\}$
- $nec(X) \leq pos(X)$

Representación de la incertidumbre

Teoría de la posibilidad

- $nec(X) > 0 \;\Rightarrow\; pos(X) = 1$
- $pos(X) < 1 \;\Rightarrow nec(X) = 0$

Cualquier medida de posibilidad sobre $\mathcal{P}(\Omega)$
puede representarse por
una función de distribución de posibilidad sobre Ω:

$$r: \Omega \rightarrow [0,1]$$

$$pos(X) = max_{x \in X}\, r(x)$$

Representación de la incertidumbre

Teoría de la posibilidad

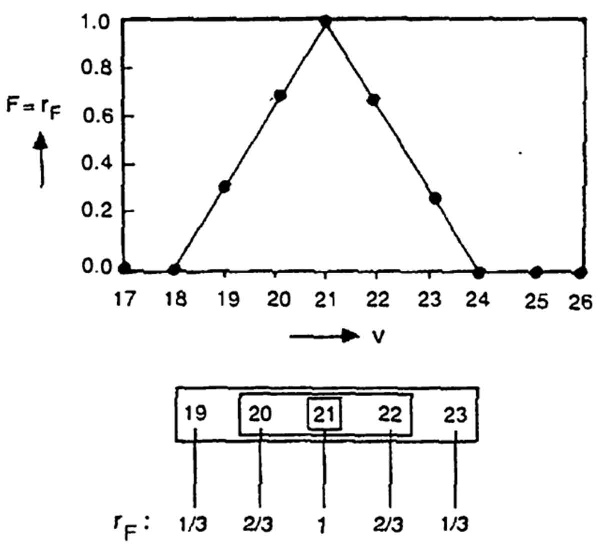
- Una medida de posibilidad puede verse como una probabilidad "superior": cualquier distribución de posibilidad define un conjunto de distribuciones de probabilidad admisibles ($nec(X) \leq p(X) \leq pos(X)$).

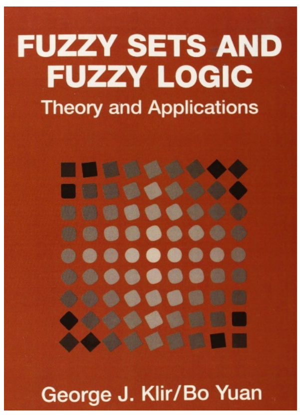
- La teoría de la posibilidad puede verse en términos de conjuntos anidados de evidencias, lo que establece una conexión con los conjuntos difusos, que también son familias de conjuntos anidados (sus α-cortes).

Representación de la incertidumbre

Teoría de la posibilidad

Distribución de posibilidad asociada a un conjunto difuso





Representación de la incertidumbre

Teoría de la evidencia
[Dempster 1967 & Schafer 1976]

MEDIDAS DE CREENCIA
de increíble (0) a creíble (1).

$bel: \mathcal{P}(\Omega) \rightarrow [0,1]$

- $bel(\emptyset) = 0$
- $bel(\Omega) = 1$
- $bel(X \cup Y) \geq bel(X) + bel(Y) - bel(X \cap Y)$

Representación de la incertidumbre

Teoría de la evidencia
[Dempster 1967 & Schafer 1976]

MEDIDAS DE PLAUSIBILIDAD
de implausible (0) a plausible (1): $pl(X) = 1 - bel(\overline{X})$

$pl: \mathcal{P}(\Omega) \rightarrow [0,1]$

- $pl(\emptyset) = 0$
- $pl(\Omega) = 1$
- $pl(X \cap Y) \leq pl(X) + pl(Y) - pl(X \cup Y)$
- $bel(X) \leq pl(X)$

Representación de la incertidumbre

Teoría de la evidencia
[Dempster 1967 & Schafer 1976]

Las medidas de creencia y plausibilidad sobre $\mathcal{P}(\Omega)$ puede caracterizarse por una asignación básica de probabilidad sobre $\mathcal{P}(\Omega)$:

$$m: \mathcal{P}(\Omega) \rightarrow [0,1]$$

$$\sum_{X \in \mathcal{P}(\Omega)} m(X) = 1$$

Representación de la incertidumbre

Teoría de la evidencia
[Dempster 1967 & Schafer 1976]

$$m: \mathcal{P}(\Omega) \rightarrow [0,1]$$

$$bel(X) = \sum_{Y \subseteq X} m(Y)$$

$$pl(X) = \sum_{Y | Y \cap X \neq \emptyset} m(Y)$$

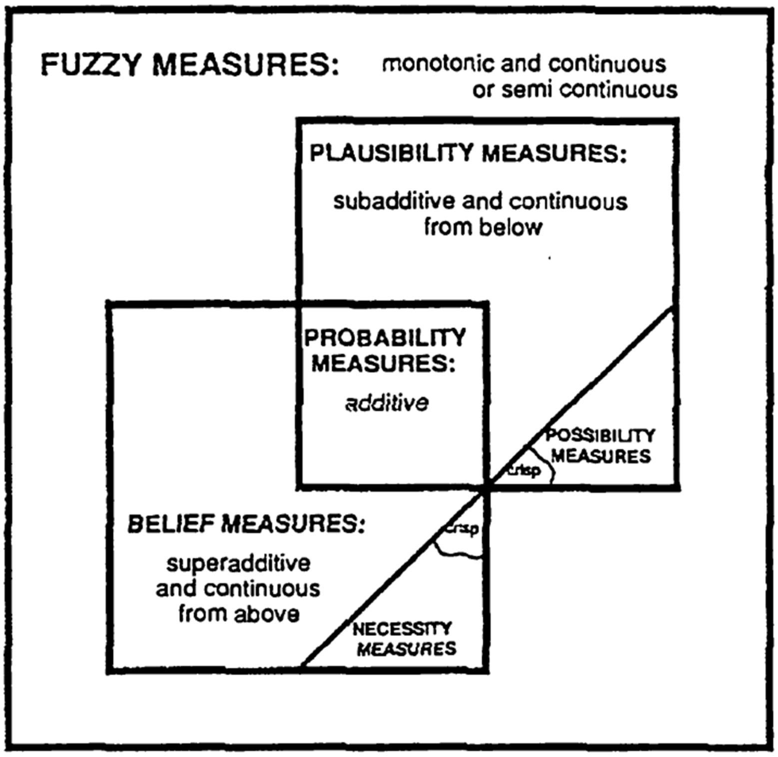
Medidas difusas
[Sugeno 1974]

MEDIDA DIFUSA $g(X)$: Evidencia de que un elemento determinado de Ω pertenece a un conjunto X.

$g: \mathcal{P}(\Omega) \rightarrow [0,1]$

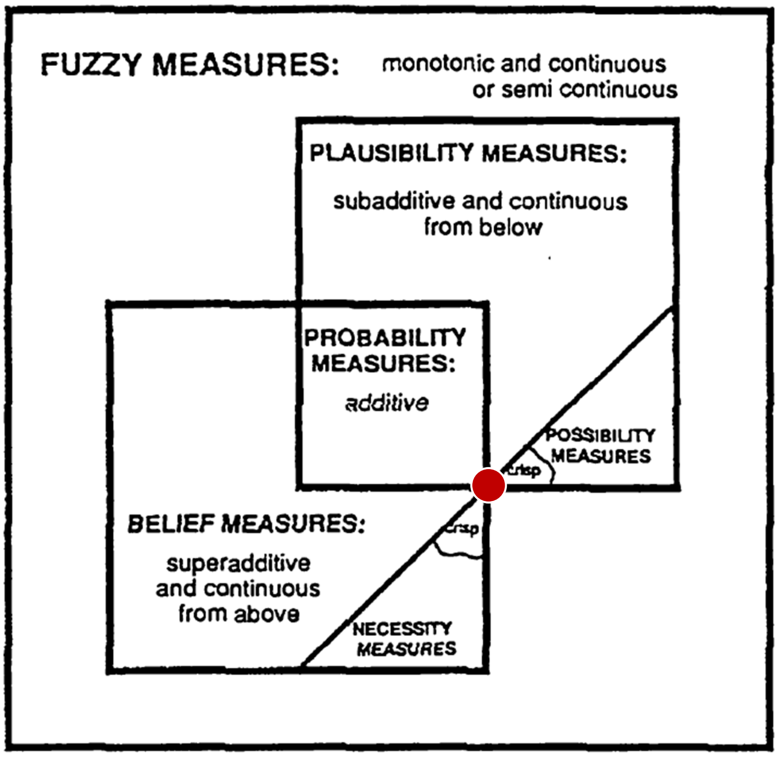
- $g(\emptyset) = 0$
- $g(\Omega) = 1$
- $X \subseteq Y \Rightarrow g(X) \leq g(Y)$
- $g(X \cap Y) \leq min\,\{g(X), g(Y)\}$
- $g(X \cup Y) \geq max\,\{g(X), g(Y)\}$

Medidas de incertidumbre



Representación de la incertidumbre

Medidas de incertidumbre



Certidumbre

Representación de la incertidumbre

Medidas de incertidumbre

Certidumbre absoluta

- Teoría de la probabilidad
  $p(x) = 1 \qquad p(y) = 0 \;\; \forall y \neq x$
- Teoría de la posibilidad
  $nec(\{x\}) = 1 \qquad pos(\{y\}) = 0 \;\; \forall y \neq x$
- Teoría de la evidencia
  $m(\{x\}) = 1 \qquad m(X) = 0 \;\; \forall X \neq \{x\}$

Representación de la incertidumbre

Medidas de incertidumbre

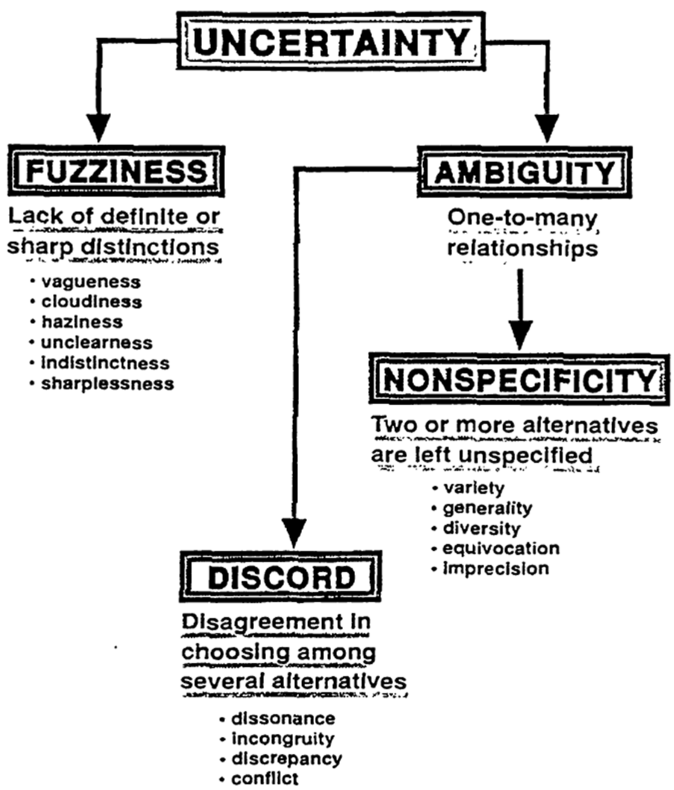
Incertidumbre absoluta

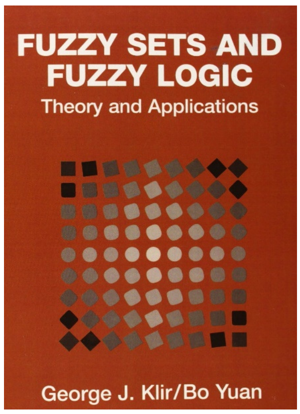
- Teoría de la probabilidad
  $p(x) = 1/|\Omega|$

- Teoría de la posibilidad
  $pos(x) = 1 \quad \forall x \in \mathcal{P}(\Omega) \;\Leftrightarrow\; r(x) = 1 \quad \forall x \in \Omega$

- Teoría de la evidencia
  $m(\Omega) = 1, \quad m(X) = 0 \quad \forall X \neq \Omega$

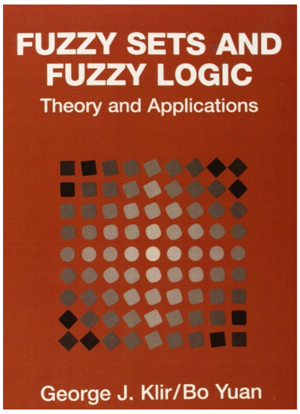
Tipos de incertidumbre





Tipos de incertidumbre

Ambigüedad I:
No especificidad / Imprecisión

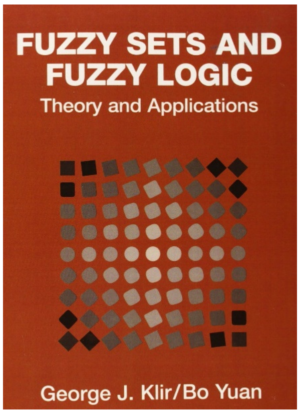


Classical set theory	$U(A) = \log_2 \lvert A \rvert$
Fuzzy set theory	$U(A) = \frac{1}{h(A)} \int_0^{h(A)} \log_2 \lvert {}^{\alpha}A \rvert d\alpha$
Possibility theory	$U(r) = \sum_{i=2}^{n} r_i \log_2 \frac{i}{i-1}$
Evidence theory	$N(m) = \sum_{A \in \mathcal{F}} m(A) \log_2 \lvert A \rvert$

NOTA
La teoría de la probabilidad es incapaz de incorporar no especificidad (uno de los tipos básicos de incertidumbre), N(m)=0: las medidas de probabilidad son indistinguibles por sus no especificidades.

Tipos de incertidumbre

Ambigüedad II:
Conflicto/Discrepancia/Disensión [strife]

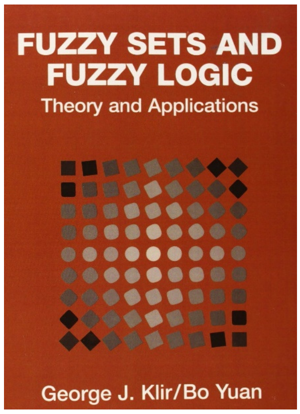


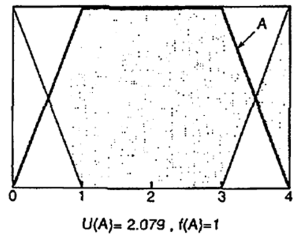
Probability theory	$H(m) = -\sum_{x \in X} m(\{x\}) \log_2 m(\{x\})$
Evidence theory	$S(m) = -\sum_{A \in \mathcal{F}} m(A) \log_2 \sum_{B \in \mathcal{F}} m(B) \frac{\lvert A \cap B \rvert}{\lvert A \rvert}$
Possibility theory	$S(r) = \sum_{i=2}^{n} (r_i - r_{i+1}) \log_2 \frac{i}{\sum_{j=1}^{i} r_j}$

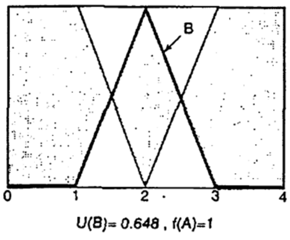
Tipos de incertidumbre

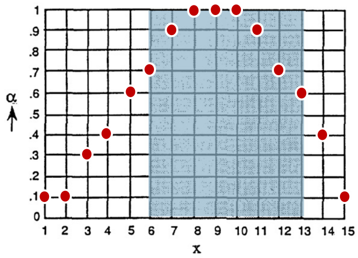
Vaguedad [fuzziness]

Fuzzy set theory	$f(A) = \sum_{x \in X} [1 - \lvert 2A(x) - 1 \rvert]$
Fuzzified evidence theory	$F(m) = \sum_{A \in \mathcal{F}} m(A) f(A)$









Misma vaguedad,
distinta no especificidad.

Misma no especificidad,
vaguedad muy diferente.

Incertidumbre

Cómo gestionar la incertidumbre:

Principio de mínima incertidumbre

Arbitraje: Entre soluciones equivalentes,
escoger aquella que minimice la incertidumbre.

USOS

- Minimizar la información que se pierde (el incremento de incertidumbre) al realizar una simplificación.
- Reducir las inconsistencias al integrar múltiples modelos que se solapen (resolución de conflictos).

Incertidumbre

Cómo gestionar la incertidumbre:

Principio de máxima incertidumbre

= Principio de máxima entropía

Razonamiento "ampliativo"
(extraer conclusiones no implicadas por las premisas):
Utilizar toda las información disponible,
pero asegurarse de que no se añade nada extra.

USOS

- Realización de predicciones de acuerdo a un modelo.
- Identificación de un sistema a partir de sus subsistemas.

Incertidumbre

Cómo gestionar la incertidumbre:

Principio de mínima entropía cruzada

(extensión del principio de máxima entropía)

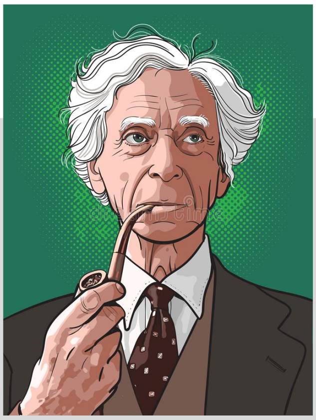
Dado un conocimiento previo (p) y una nueva evidencia (e), minimizar la entropía cruzada D(e,p).

En términos de probabilidades, estimar la mayor de todas las distribuciones posibles conformes a la nueva evidencia.

EJEMPLO: Entrenamiento de redes neuronales para resolver problemas de clasificación.

Incertidumbre

"...whenever you find yourself getting angry about a difference in opinion, be on your guard; you will probably find, on examination, that your belief is getting beyond what the evidence warrants."



Bertrand Russell:
"Unpopular Essays"
London, 1950

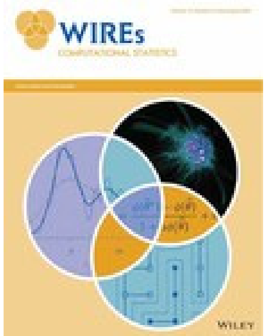
Bibliografía

Miguel Delgado:
Apuntes de Inteligencia Computacional
Universidad de Granada, hasta el curso 2021/2022

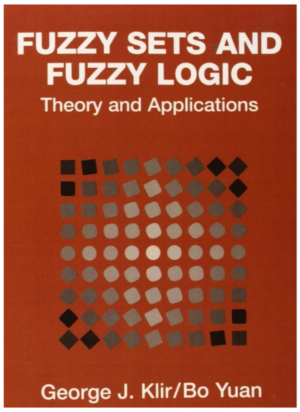
Sesiones grabadas en vídeo, curso 2020/2021:
https://elvex.ugr.es/decsai/computational-intelligence/video/fuzzy/

Bibliografía recomendada

Lógica Difusa



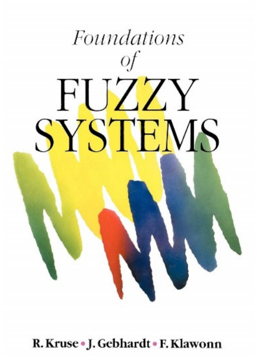
- Hans-Jürgen Zimmermann:
  Fuzzy Set Theory,
  WIREs Computational Statistics,
  John Wiley & Sons, 2:3, May/June 2010.
  DOI 10.1002/wics.82



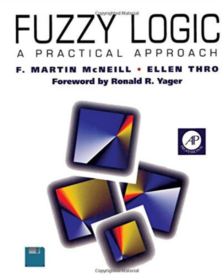
- George J. Klir & Bo Yuan:
  Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications,
  1st edition, Prentice Hall, 1995.
  ISBN 0131011715

Bibliografía complementaria

Lógica y Sistemas Difusos



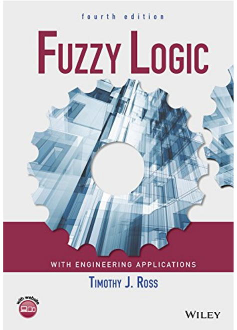
- Rudolf Kruse, Joan E. Gebhardt & Frank Klawonn:
  Foundations of Fuzzy Systems.
  John Wiley & Sons, 1994. ISBN 047194243X.
- Witold Pedrycz & Fernando Gomide:
  An introduction to Fuzzy Sets: Analysis and Design.
  MIT Press, 1998. ISBN 0262161710.



- Hans-Jürgen Zimmermann:
  Fuzzy Set Theory and Its Applications,
  Springer, 3rd edition, 1996. ISBN 0792396243
  Springer, 4th edition, 2001. ISBN 9401038708.
- F. Martin McNeill & Ellen Thro:
  Fuzzy Logic: A Practical Approach.
  Morgan Kaufmann, 1994. ISBN 0124859658.

Bibliografía complementaria

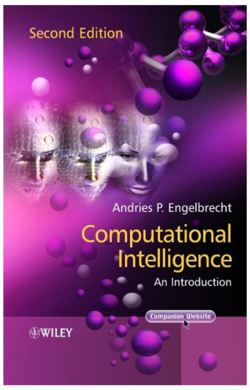
Lógica y Sistemas Difusos

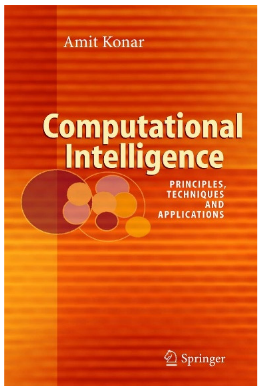


- Timothy J. Ross:
  Fuzzy Logic with Engineering Applications,
  4th edition, John Wiley & Sons, 2017. ISBN 1119235863.
- Lofti A. Zadeh: **Fuzzy Sets**.
  Information and Control, volume 8, issue 3, pp. 338-353, June 1965. DOI 10.1016/S0019-9958(65)90241-X
- James C. Bezdek: **Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms**. Plenum Press, 1981. ISBN 0306406713.
- Bart Kosko: **Neural Networks and Fuzzy Systems: A Dynamical Systems Approach to Machine Intelligence**. Prentice Hall, 1992. ISBN 0136114350
- Mohammad Jamshidi, Nader Vadiee & Timothy Ross (editors): **Fuzzy Logic and Control. Software and Hardware Applications**. Prentice Hall, 1993. ISBN 0133342514.

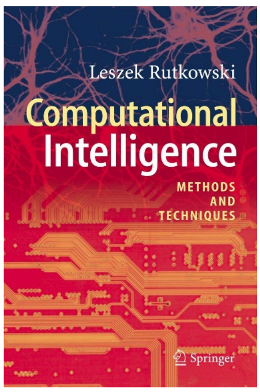
Bibliografía complementaria

Inteligencia Computacional





- Andries P. Engelbrecht:
  Computational Intelligence. An Introduction,
  2nd edition, John Wiley, 2007.
  ISBN 0470035617.
- Amit Konar:
  Computational Intelligence. Principles, Techniques and Applications,
  Springer Verlag, 2005.
  ISBN 3540208984.



- Leszek Rutkowski:
  Computational Intelligence. Methods and Techniques,
  Springer Verlag, 2008.
  ISBN 3540762876.

Bibliografía complementaria

Inteligencia Computacional

- James M. Keller, Derong Liu & David B. Fogel: **Fundamentals of Computational Intelligence: Neural Networks, Fuzzy Systems, and Evolutionary Computation**, Wiley - IEEE Press, 2016. ISBN 1119214343
- Rudolf Kruse, Christian Borgelt, Christian Braune, Sanaz Mostaghim, Matthias Steinbrecher, Frank Klawonn & Christian Moewes: **Computational Intelligence: A Methodological Introduction**. Springer, 2nd edition, 2016. ISBN 1447172949